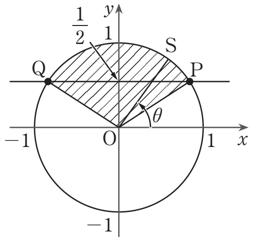
PART2 三角関数を含む不等式

要点① $\sin\theta$ を含む不等式

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，不等式 $\sin\theta \geqq \dfrac{1}{2}$ を満たす θ を求める。



単位円の円周上で，y 座標が $\dfrac{1}{2}$ となる点は，右図の P，Q であり，

動径 OP，OQ の表す角は，それぞれ $\theta=$ 　，　 である。

与えられた不等式を満たす θ を表す動径を OS とすると，

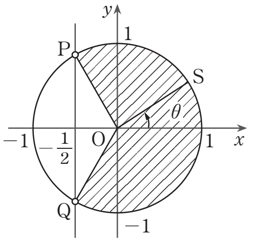
S の y 座標が $\dfrac{1}{2}$ 以上になるのは，斜線部分の扇形 OPQ において，S が弧 PQ 上(P，Q を含む)にあるときである。

よって，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲において，求める θ の値の範囲は

である。

要点② $\cos\theta$ を含む不等式

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，不等式 $\cos\theta > -\dfrac{1}{2}$ を満たす θ を求める。



単位円の円周上で，x 座標が $-\dfrac{1}{2}$ となる点は，右図の P, Q であり，

動径 OP，OQ の表す角は，それぞれ $\theta=$ 　，　 である。

与えられた不等式を満たす θ を表す動径を OS とすると，

S の x 座標が $-\dfrac{1}{2}$ より大きくなるのは，斜線部分の扇形 OPQ において，S が弧 PQ 上(P，Q を含まない)にあるときである。

よって，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲において，求める θ の値の範囲は

である。

[MEMO]

2　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　(2)　$\cos\theta < -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Point Pickup

三角関数を含む不等式（三角不等式）の解法

・不等式における不等号（＞，≧，＜，≦）を，等号（＝）に変えた「方程式」を，単位円を用いて解く。

・その単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を，不等号の向きに注意して求める。与えられた変域によって，解となる θ の値の範囲が複数に分かれることがある。

第10講　PART2 確認問題

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

1　$\sin\theta > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

ア

① $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{3}{4}\pi < \theta < 2\pi$　　② $\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{3}{4}\pi$

③ $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{7}{4}\pi < \theta < 2\pi$　　④ $\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{7}{4}\pi$

⑤ $0 \leqq \theta < \dfrac{3}{4}\pi$, $\dfrac{5}{4}\pi < \theta < 2\pi$　　⑥ $\dfrac{3}{4}\pi < \theta < \dfrac{5}{4}\pi$

2　$\cos\theta < -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

イ

① $0 \leqq \theta < \dfrac{4}{3}\pi$, $\dfrac{5}{3}\pi < \theta < 2\pi$　　② $\dfrac{4}{3}\pi < \theta < \dfrac{5}{3}\pi$

③ $0 \leqq \theta < \dfrac{5}{6}\pi$, $\dfrac{7}{6}\pi < \theta < 2\pi$　　④ $\dfrac{5}{6}\pi < \theta < \dfrac{7}{6}\pi$

⑤ $0 \leqq \theta < \dfrac{7}{6}\pi$, $\dfrac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi$　　⑥ $\dfrac{7}{6}\pi < \theta < \dfrac{11}{6}\pi$

PART2 三角関数を含む不等式

2 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

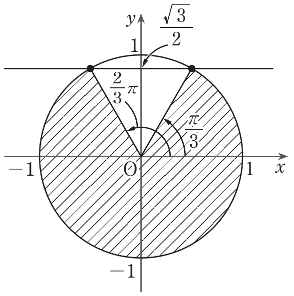
(1) $\sin\theta \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2) $\cos\theta < -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

[解答]

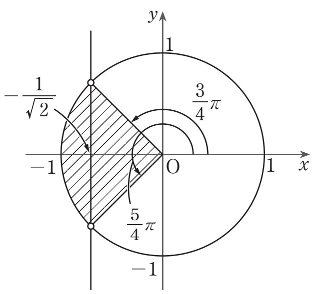
(1) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{2}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi$　　(2) $\dfrac{3}{4}\pi < \theta < \dfrac{5}{4}\pi$

(参考図)

(1)



(2)



第10講 PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

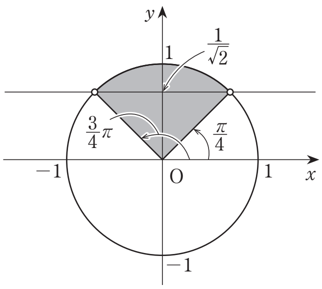
[解説]

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる θ の値は

$$\theta = \frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi$$ [A]

よって，$\sin\theta > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3}{4}\pi}$$



[A]　三角関数を含む不等式の解法
不等号を等号におき換えた方程式を，単位円を用いて解く。
その解をもとに，単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を求める。

2

[正解] イ：④

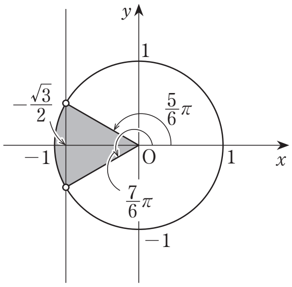
[解説]

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となる θ の値は

$$\theta = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi$$ [B]

よって，$\cos\theta < -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{7}{6}\pi}$$



[B]　三角関数を含む不等式の解法
不等号を等号におき換えた方程式を，単位円を用いて解く。
その解をもとに，単位円において，不等式を満たす θ の値の範囲を求める。